

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова  
Химический факультет

УТВЕРЖДАЮ

Декан химического факультета,  
Акад. РАН, профессор



/В.В. Лунин/

«27» февраля 2017 г.

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

### **Теоретическая механика**

**Уровень высшего образования:**

Специалитет

---

**Направление подготовки (специальность):**

04.05.01 Фундаментальная и прикладная химия

**Направленность (профиль) ОПОП:**

Аналитическая химия, Биоорганическая химия, ВМС, Коллоидная химия, Лазерная химия, Медицинская химия и тонкий органический синтез, Нанобиоматериалы и нанобиотехнологии, Неорганическая химия, Нефтехимия, Органическая химия, Радиохимия, Физическая химия, Фундаментальная и прикладная энзимология, Химия молекулярных и ионных систем, Химическая кинетика, Химия высоких энергий, Химия и технология веществ и материалов, Химия твердого тела, Электрохимия

**Форма обучения:**

очная

---

Рабочая программа рассмотрена и одобрена  
Учебно-методической комиссией факультета  
(протокол №1 от 27.01.2017)

Москва 2017

Рабочая программа дисциплины (модуля) разработана в соответствии с самостоятельно установленным МГУ образовательным стандартом (ОС МГУ) для реализуемых основных профессиональных образовательных программ высшего образования по направлению подготовки / специальности 04.05.01 «Фундаментальная и прикладная химия» (программа специалитета) в редакции приказа МГУ от 22 июля 2011 года № 729 (в редакции приказов МГУ от 22 ноября 2011 года № 1066, от 21 декабря 2011 года № 1228, от 30 декабря 2011 года № 1289, от 27 апреля 2012 года № 303, от 30 декабря 2016 года № 1671 .

Год (годы) приема на обучение

2014/2015, 2015/2016, 2016/2017, 2017/2018, 2018/2019

---

1. Наименование дисциплины (модуля) **Теоретическая механика**
2. Уровень высшего образования – **специалитет.**
3. Направление подготовки: **04.05.01 Фундаментальная и прикладная химия.**
4. Место дисциплины (модуля) в структуре ООП: базовая часть ООП, блок МЕН.
5. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

Компетенция	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)
<b>УК-6.С</b> Способность в контексте профессиональной деятельности использовать знания об основных понятиях, объектах изучения и методах естествознания	<b>Владеть:</b> навыками выделения физической составляющей, связанной со строением атомов и молекул, в химических задачах с последующим использованием стандартных подходов решения таких задач в теоретической механике
<b>ОПК-4.С.</b> Способность создавать математические модели профессиональных задач, учитывать ограничения и границы применимости моделей, интерпретировать полученные математические результаты	<b>уметь</b> строить аналитические модели элементарных механических систем для описания классических элементарных систем с нелинейными взаимодействиями
<b>ОПК-5.С.</b> Способность использовать современные расчетно-теоретические методы изучения свойств веществ и процессов с их участием при решении профессиональных задач	<b>знать</b> основные методы теоретической механики; <b>владеть</b> методами нахождения законов движения систем с нелинейными взаимодействиями
<b>ОПК-6.С.</b> Способность использовать в профессиональной деятельности базовые знания в области физики и математики	<b>уметь:</b> применять основные методы аналитической механики для нахождения законов движения атомов и молекул <b>владеть</b> (иметь опыт) решения простейших задач теоретической механики

6. Объем дисциплины (модуля) составляет 3 зачетных единиц, всего 108 часов, из которых 58 часов составляет контактная работа студента с преподавателем (18 часов занятия лекционного типа, 36 часа занятия семинарского типа, 2 часа - групповая консультация, 2 часа – промежуточный контроль успеваемости), 50 часов составляет самостоятельная работа студента.

7. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия.  
Обучающийся должен

**Знать:** основные понятия классической механики.

**Уметь:** проводить стандартные математические операции из курса математического анализа и линейной алгебры.

## 8. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам.

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),  форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Всего (часы)	В том числе								
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них					Самостоятельная работа обучающегося, часы из них			
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Групповые консультации	Индивидуальные консультации	Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации	Всего	Выполнение домашних заданий	Подготовка рефератов и т.п.	Всего
Тема 1. Метод Лагранжа	40	8	16				24	16		16
Тема 2. Метод Гамильтона	30	6	12				18	12		12
Тема 3. Метод Гамильтона-Якоби	20	4	8				12	8		8
Промежуточная аттестация <i>зачет</i>	18			2		2	4		14	14
<b>Итого</b>	<b>108</b>	<b>18</b>	<b>36</b>	<b>2</b>		<b>2</b>	<b>58</b>	<b>36</b>	<b>14</b>	<b>50</b>

## Содержание лекций:

Метод Лагранжа	Уравнения Лагранжа для систем с идеальными голономными связями
	Функция Лагранжа заряда в электромагнитном поле
	Законы сохранения обобщенной энергии и обобщенного импульса
	Задача двух тел. Задача Кеплера

Метод Гамильтона	Уравнения Гамильтона. Скобки Пуассона
	Принцип наименьшего действия
	Канонические преобразования
Метод Гамильтона-Якоби	Действие как функция координат и времени. Уравнение Гамильтона-Якоби
	Метод разделения переменных в уравнении Гамильтона-Якоби

Содержание семинаров:

Метод Лагранжа	Повторение методов нахождения закона движения систем с линейными взаимодействиями. Обобщенные координаты и функция Лагранжа в потенциальных полях при наличии связей
	Разбор примеров на построение обобщенного потенциала и уравнений Лагранжа для движения в однородном магнитном поле, поле провода с током и поле магнитного и электрического диполей.
	Построение выражений для обобщенных энергии и импульса систем и интегрирование уравнений движения систем со связями.
	Нахождение уравнений траекторий и законов движения в системах с центральным взаимодействием. Законы Кеплера. Задача рассеяния.
Метод Гамильтона	Построение функции Гамильтона и уравнений Гамильтона. Применения теоремы Пуассона.
	Интегрирование уравнений Гамильтона. Оптико-механическая аналогия.
	Применение канонических преобразований для интегрирования уравнений движения.
Метод Гамильтона-Якоби	Построение уравнения Гамильтона-Якоби для простейших механических систем.
	Нахождение законов движения систем с помощью метода разделения переменных в уравнении Гамильтона-Якоби.

**9. Образовательные технологии:**

- использование средств дистанционного сопровождения учебного процесса;
- преподавание дисциплин в форме авторских курсов по программам, составленным на основе результатов исследований научных школ МГУ.

**10. Учебно-методические материалы для самостоятельной работы по дисциплине (модулю):**

**Задания для самостоятельной работы**

4 часа.

Решение задач на нахождение числа степеней свободы систем, выбор обобщенных координат, построение функции Лагранжа в криволинейных координатах в потенциальных полях при наличии связей.

4 часа.

Решение задач на построение функции Лагранжа и уравнений Лагранжа для движения в электромагнитных полях.

4 часа.

Решение задач на нахождение законов движения систем с нелинейными взаимодействиями методом Лагранжа. Работа с лекционным материалом: теорема Эйлера и алгоритм построения обобщенной энергии.

4 часа.

Решение задач на нахождение сечений рассеяния и захвата частиц в центральных полях.

4 часа.

Решение задач на построение функции Гамильтона, уравнений Гамильтона и вычисление скобок Пуассона.

4 часа.

Работа с лекционным материалом: принцип наименьшего действия.

Решение задач на нахождение законов движения методом Гамильтона.

4 часа.

Работа с лекционным материалом: различные формы канонических преобразований. Решение задач на приближенное нахождение законов движения систем с нелинейными взаимодействиями.

4 часа.

Работа с лекционным материалом: действие как функция координат и времени.

Решение задач на построение уравнения Гамильтона-Якоби.

4 часа.

Решение задач на нахождение полного интеграла уравнения Гамильтона-Якоби и построение квадратур, определяющих законы движения систем.

### **Теоретические вопросы для подготовки к контрольным работам.**

1. Дать определение материальной точки. Применимо ли оно:
  - а) к Земле для определения периода обращения вокруг Солнца,
  - б) к шару при исследовании качения по наклонной плоскости в поле тяжести,
  - в) к шарам в игре на бильярде,
  - г) к молекулам твердого тела при определении его моментов инерции,
  - д) к молекуле  $H_2$  и атому  $O$  при расчете вероятности их реакции с образованием молекулы  $H_2O$ ?
2. Дать определение обобщенных координат системы. Указать число степеней свободы и какой-либо набор обобщенных координат для систем из п.1.

3. Написать функцию Лагранжа точки массы  $m$  с зарядом  $e$  в произвольном магнитном поле с векторным потенциалом  $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$  в декартовых координатах  $\mathbf{r} = (x, y, z)$  и получить уравнение движения по координате  $x$  ( $y, z$ ).
4. Написать функцию Лагранжа точки массы  $m$ , движущейся в потенциальном поле  $U(\mathbf{r})$  при наличии силы трения, линейной по скорости точки (коэффициент пропорциональности  $k$ ), и получить уравнения движения.
5. Функция Лагранжа  $L(q, \dot{q}, t)$  системы не меняется при преобразовании обобщенных координат  $\delta q_\alpha = Q_\alpha(q)\varepsilon$ , где функции  $Q_\alpha(q)$  заданы, а  $\varepsilon$  – малый постоянный параметр. Вывести соответствующий интеграл движения.
6. Доказать, что уравнения Лагранжа не меняются при добавлении к функции Лагранжа полной производной по времени от произвольной функции обобщенных координат и времени.
7. Вывести закон сохранения обобщенной энергии, исходя из условия  $\partial L / \partial t = 0$ . Записать этот закон для точки массы  $m$  с зарядом  $e$  в произвольном магнитном поле с векторным потенциалом  $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ .
8. Получить в квадратурах закон одномерного движения в не зависящем от времени потенциальном поле. Дать определения финитного и инфинитного движений.
9. Сформулировать задачу двух тел и показать, что она сводится к одночастичной.
10. Получить в квадратурах закон движения точки в постоянном центральном поле.
11. Ресурсное обеспечение:
  - Перечень основной и вспомогательной учебной литературы ко всему курсу

### Основная литература

1. Голдстейн Г. Классическая механика. - М.: Наука, 1975. – 416 с.
2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика. – М. Наука, 1988. – 216 с.

### Дополнительная литература

1. Казаков К.А. Введение в теоретическую и квантовую механику. – М.: Издательство МГУ, 2008. – 230с
2. Форш П.А. Задачи по теоретической механике для химиков. – М.: Издательство МГУ, 2008. – 144с

12. Язык преподавания – русский

13. Преподаватели: к.ф.-м.н., доцент Казаков Кирилл Александрович

## Фонды оценочных средств, необходимые для оценки результатов обучения

Образцы оценочных средств для текущего контроля усвоения материала и промежуточной аттестации - зачета. На зачете проверяется достижение ЗУВ, перечисленных в п.5.

### Теоретические вопросы для текущей проверки усвоения материала

- 1) Дать определение обобщенных координат и числа степеней свободы системы.
- 2) Дать определение голономной связи.
- 3) Записать уравнения Лагранжа для системы, на которую наложены идеальные голономные связи.
- 4) Записать кинетическую энергию материальной точки в цилиндрических координатах.
- 5) Дать определение циклической координаты.
- 6) Показать, что если функция Лагранжа системы не зависит явно от времени, то сохраняется обобщенная энергия системы.
- 7) Дать определение задачи двух тел и свести её к одночастичной.
- 8) Записать уравнения Гамильтона.
- 9) Записать Уравнение Гамильтона-Якоби.
- 10) Дать определение полного интеграла уравнения Гамильтона-Якоби.

### Расчетные задачи

- 1) Найти число степеней свободы систем: материальная точка на сфере; две точки, связанные невесомым стержнем; тонкий массивный стержень; молекула  $H_2O$  (с учётом электронных степеней свободы и без).
- 2) Построить функцию Лагранжа систем: двойной математический маятник; точка на сфере в поле тяжести; заряд в однородных электрическом и магнитном полях; заряд в поле электрического диполя.
- 3) Получить уравнения Лагранжа системы, функция Лагранжа которой

$$L(x, \dot{x}) = e^{\lambda t} (\dot{x}^2 - \omega^2 x^2), \quad \lambda, \omega = const$$

- 4) Найти обобщенную энергию системы, функция Лагранжа которой

$$L = \frac{\dot{x}^2}{2} - \frac{\omega^2 x^2}{2} - \alpha x^3 + \beta x \dot{x}^2; \quad \alpha, \beta, \omega = const.$$

- 5) Точка подвеса математического маятника массы  $m$  и длины  $l$  движется под углом  $\alpha$

к горизонту по закону  $s = \frac{at^2}{2}$ ,  $a = const$ . Записать функцию Лагранжа и



уравнения Лагранжа для данной системы.

6) Найти функцию Лагранжа частицы, если её функция Гамильтона

$$H = \frac{\vec{p}^2}{2m} - (\vec{p}, \vec{a}), \quad \vec{a} = \text{const.}$$

Построить уравнения Гамильтона.

7) Функция Гамильтона частицы имеет вид

$$H(\vec{r}, \vec{p}) = c(\vec{r}) |\vec{p}|,$$

где  $c(\vec{r})$  – заданная функция координат. Построить уравнения Гамильтона.

8) Найти каноническое преобразование, задаваемое производящей функцией

$$\Phi(\vec{r}, \vec{P}) = (\vec{r}, \vec{P}) + (\delta\vec{a}, \vec{P}), \quad \text{где } \delta\vec{a} - \text{малый вектор.}$$

9) Найти функцию Гамильтона материальной точки в однородном поле тяжести в декартовых координатах, построить уравнения Гамильтона и проинтегрировать их при произвольных начальных условиях.

10) Найти закон свободного движения материальной точки массы  $m$  методом

### Примеры задач к первой контрольной работе.

1) Получить УЛ системы, ФЛ которой

$$L(x, \dot{x}) = e^{\lambda t} (\dot{x}^2 - \omega^2 x^2), \quad \lambda, \omega = \text{const}$$

2) Точка подвеса математического маятника массы  $m$  и длины  $l$  движется под углом  $\alpha$  к горизонту по закону  $s = \frac{at^2}{2}, a = \text{const.}$  Записать ФЛ и УЛ для данной системы.

3) Построить ФЛ и найти интегралы движения для частицы массы  $m$  и заряда  $q_1$ , движущейся без трения по конусу с углом раствора  $2\alpha$ , в вершине которого закреплен заряд  $q_2$ .

4) Найти закон движения частицы в поле  $U(x) = -kx^4$  ( $k = \text{const}$ ), если ее полная энергия равна нулю,  $x(0) > 0, \dot{x}(0) > 0$ .

5) Найти закон движения частицы массы  $m$  и заряда  $q$ , движущейся в поле бесконечного прямого провода, по которому течет постоянный ток силы  $J$  (векторный потенциал поля

$$A_x = A_y = 0, \quad A_z = -\frac{2J}{c} \ln \rho$$

(ось  $z$  направлена вдоль провода,  $\rho$  – расстояние до провода).

### Примеры задач ко второй контрольной работе.

- 1) Найти ФЛ частицы, если её ФГ  $H = \frac{p^2}{2m} - (\vec{p}, \vec{a}), \quad \vec{a} = const.$  Построить УГ.
- 2) ФГ частицы имеет вид  $H(\vec{r}, \vec{p}) = c(\vec{r}) |\vec{p}|$ , где  $c(\vec{r})$  – заданная функция координат. Построить УГ. Чему равна ФЛ такой частицы?
- 3) Найти каноническое преобразование, задаваемое производящей функцией  $\Phi(\vec{r}, \vec{P}) = (\vec{r}, \vec{P}) + (\delta\vec{a}, \vec{P})$ , где  $\delta\vec{a}$  – малый вектор. Каков смысл этого преобразования?
- 4) Найти ФГ и построить УГ для частицы массы  $m$  и заряда  $q$ , движущейся без трения по сфере радиуса  $R$ , расположенной в однородном магнитном поле  $H$ .
- 5) Найти ФГ материальной точки в однородном поле тяжести в декартовых координатах, построить УГ и проинтегрировать их при произвольных начальных условиях.

### Вопросы к зачету

(сокращения: ФЛ – функция Лагранжа, УЛ – уравнения Лагранжа, ФГ – функция Гамильтона, УГ – уравнения Гамильтона)

1. Дать определение голономной связи, обобщенных координат и числа степеней свободы системы, сформулировать принцип виртуальных работ и написать УЛ системы при наличии идеальных голономных связей (без вывода).
2. Получить ФЛ и УЛ частицы в аксиально-симметричном потенциальном поле в цилиндрических координатах.
3. Получить ФЛ и УЛ частицы в центрально-симметричном потенциальном поле в сферических координатах.

4. Доказать формулу  $\frac{d}{dt} \frac{\partial \vec{r}}{\partial q_\alpha} = \frac{\partial \dot{\vec{r}}}{\partial q_\alpha}$ , где  $\vec{r}$  – радиус-вектор одной из частиц системы, описываемой обобщенными координатами  $q_\alpha$ .

5. Доказать формулу  $\frac{\partial \dot{\vec{r}}}{\partial \dot{q}_\alpha} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial q_\alpha}$ , где  $\vec{r}$  – радиус-вектор одной из частиц системы, описываемой обобщенными координатами  $q_\alpha$ .

6. ФЛ частицы массы  $m$  имеет вид  $L(\vec{r}, \dot{\vec{r}}, t) = \frac{m\dot{\vec{r}}^2}{2} + \frac{q}{c} (\vec{A}(\vec{r}, t), \dot{\vec{r}})$ , где  $\vec{A}(\vec{r}, t)$  – заданная функция. Получить УЛ по координатам  $x, y$  и  $z$ .
7. ФЛ системы не меняется при малом преобразовании обобщенных координат  $q_\alpha \rightarrow q_\alpha + Q_\alpha(q)\varepsilon$ , где  $\varepsilon = const$ . Вывести отсюда закон сохранения.
8. ФЛ системы не зависит от времени явно. Вывести отсюда закон сохранения.
9. ФЛ системы с одной степенью свободы не зависит от времени явно. Построить квадратуру, определяющую закон её движения.

10. Дать определение задачи двух тел и свести её к одночастичной.
11. Найти в квадратурах закон движения частицы в независимом от времени центральном поле.
12. Вывести второй закон Кеплера для частицы в центральном поле.
13. Получить уравнение траектории финитного движения частицы в кулоновом поле притяжения.
14. Получить УГ из УЛ с помощью преобразования Лежандра.
15. Дать определение ФГ и построить ФГ заряда в произвольном электромагнитном поле.
16. Сформулировать принцип наименьшего действия и получить из него УГ для  $\dot{q}_\alpha$ .
17. Сформулировать принцип наименьшего действия и получить из него УГ для  $\dot{p}_\alpha$ .
18. Написать тождество Якоби для скобок Пуассона (без доказательства) и доказать теорему Пуассона.
19. Дать определение фазового пространства и доказать каноническую инвариантность фазового объема.
20. Дать определение полного интеграла уравнения Гамильтона-Якоби и вывести алгоритм получения с его помощью закона движения системы.

## Задачи к зачету

### I. Формализм Лагранжа.

1. Найти число степеней свободы систем: материальная точка на сфере; две точки, связанные невесомым стержнем; тонкий массивный стержень; молекула  $H_2O$  (с учётом электронных степеней свободы и без).
2. Выразить кинетическую энергию материальной точки в цилиндрических и сферических координатах.
3. Построить функцию Лагранжа систем: двойной математический маятник; точка на сфере в поле тяжести; заряд в однородных электрическом и магнитном полях; заряд в поле электрического диполя.
4. Построить уравнения Лагранжа для систем из п.3.
5. Проинтегрировать уравнения Лагранжа для заряженной частицы в постоянных однородных электрическом и магнитном полях.

### II. Законы сохранения.

1. Определить возможные типы движения и найти закон движения точки в потенциале  $U(x) = U_0(e^{-2ax} - 2e^{-ax})$ .
2. Найти законы сохранения для систем из п.1.3.
3. Качественно исследовать движение и проинтегрировать уравнения движения систем: точка на сфере в поле тяжести; точка в поле  $U(r) = a/r^2$ ; заряд в магнитном поле бесконечного прямолинейного тока.
4. Найти дифференциальное и полное сечения рассеяния: в поле  $U(r) = a/r^2$ ; на упругом эллипсоиде вращения. Найти сечение захвата частиц в поле  $U(r) = a/r - b/r^2$ ;

### III. Канонические методы.

1. Построить функцию Гамильтона и уравнения Гамильтона для систем из пп. I.3., IV.4.

2. Найти закон движения системы, функция Гамильтона которой  $H(p, q) = p^2 + q^2 + a(p^2 + q^2)^2$ .

3. Найти каноническое преобразование, производящая функция которого  $F(q, Q, t) = \frac{1}{2} m \omega(t) q^2 \operatorname{ctg} Q$ . Записать уравнения движения в переменных Q, P для гармонического осциллятора с частотой  $\omega(t)$ .

4. Проинтегрировать методом Гамильтона-Якоби движение систем: свободная частица; частица в однородном электрическом поле;

5. Найти дифференциальное сечение рассеяния на малые углы в поле  $U(r, \theta) = \frac{a \cos^2 \theta}{r^2}$  для частиц, налетающих параллельно прямой  $\theta = 0$ .

### Методические материалы для проведения процедур оценивания результатов обучения

Шкала оценивания знаний, умений и навыков является единой для всех дисциплин (приведена в таблице ниже)

ШКАЛА И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТА ОБУЧЕНИЯ по дисциплине (модулю)				
Оценка \ Результат	2	3	4	5
Знания	Отсутствие знаний	Фрагментарные знания	Общие, но не структурированные знания	Сформированные систематические знания
Умения	Отсутствие умений	В целом успешное, но не систематическое умение	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение (допускает неточности не принципиального характера)	Успешное и систематическое умение
Навыки (владения)	Отсутствие навыков	Наличие отдельных навыков	В целом, сформированные навыки, но не в активной форме	Сформированные навыки, применяемые при решении задач

<b>РЕЗУЛЬТАТ ОБУЧЕНИЯ</b>	<b>ФОРМА ОЦЕНИВАНИЯ</b>
---------------------------	-------------------------

по дисциплине (модулю)	
Знать основные методы теоретической механики;	мероприятия текущего контроля успеваемости, устный опрос на зачете
Уметь строить аналитические модели элементарных механических систем для описания классических элементарных систем с нелинейными взаимодействиями Уметь: применять основные методы аналитической механики для нахождения законов движения атомов и молекул	мероприятия текущего контроля успеваемости, устный опрос на зачете
Владеть: навыками выделения физической составляющей, связанной со строением атомов и молекул, в химических задачах споследующим использованием стандартных подходов решения таких задач в теоретической механике Владеть методами нахождения законов движения систем с нелинейными взаимодействиями Владеть (иметь опыт) решения простейших задач теоретической механики	мероприятия текущего контроля успеваемости, устный опрос на зачете